*XX International Zhautykov Olympiad in Mathematics. Almaty, 10 January 2024*

**Second day**

(Time allowed is 4.5 hours. Each problem is worth 7 points)

**№4.** The teacher has given 10 disinct positive numbers to his students. Serge found all their 45 pairwise sums; five of these sums are equal. Pete found all their 45 pairwise products. What maximum number of equal products can be among Pete's numbers?

**№5.** A table $m \times n$ is given, where $mn$ is divisible by 6. In this table a *stripe* is any $1 \times 3$ or $3 \times 1$ rectangle, and a *domino* is any $1 \times 2$ or $2 \times 1$ rectangle. The table is tiled with stripes. Prove that on top of this tiling the table can be tiled with dominoes so that in each stripe some two cells are covered by one domino and the remaining cell is covered by another domino. (The table is tiled by rectangles if the rectangles cover the entire table and do not overlap with each other.)

**№6.** The medians of a triangle $ABC$ concur at point $G$. Among the six angles $GAB$, $GAC$, $GBA$, $GBC$, $GCA$, $GCB$ there are at least three angles each of which is at least $\alpha$. Determine the largest $\alpha$ for which this is possible.

---

*XX Международная Жаутыковская олимпиада по математике. Алматы, 10 января 2024 года*

**Второй день**

(Время выполнения работы 4,5 часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов)

**№4.** Учитель выдал детям 10 различных положительных чисел. Серёжа вычислил все 45 их попарных сумм; среди них нашлось пять равных чисел. Петя вычислил все 45 их попарных произведений. Какое наибольшее количество из них могли оказаться равными?

**№5.** Дана таблица $m \times n$, где $mn$ делится на 6. В этой таблице *полоской* назовём любой прямоугольник $1 \times 3$ или $3 \times 1$, а *доминошкой* – любой прямоугольник $1 \times 2$ или $2 \times 1$. Таблицу замостили полосками. Докажите, что поверх этого замощения таблицу можно замостить доминошками так, что в каждой полоске две клетки будут накрыты одной доминошкой и ещё одна – другой. (При замощении прямоугольники покрывают всю таблицу и не перекрываются между собой.)

**№6.** Медианы треугольника $ABC$ пересекаются в точке $G$. Среди шести углов $GAB$, $GAC$, $GBA$, $GBC$, $GCA$, $GCB$ есть не менее трёх, каждый из которых не меньше $\alpha$. При каком наибольшем $\alpha$ это могло произойти?

---

*Математикадан халықаралық XX Жәутіков олимпиадасы. Алматы, 10 қаңтар 2024 жыл*

**Екінші күн**

(Жұмысты орындау уақыты 4,5 сағат. Әр есеп 7 ұпайға бағаланады)

**№4.** Мұғалім оқушыларға 10 әртүрлі оң сан берді. Сергей екі саннан тұратын барлық 45 жұпты алып, әр жұптағы сандардың қосындысын есептеді. Сонда олардың ішінде өзара тең бес қосынды табылған. Петя екі саннан тұратын барлық 45 жұпты алып, әр жұптағы сандардың көбейтіндісін есептеді. Петя алған көбейтінділердің ішінде ең көп дегенде нешеуі өзара тең болуы мүмкін?

**№5.** $m \times n$ кестесі берілген, мұнда $mn$ саны 6-ға бөлінеді. Бұл кестеде кез келген $1 \times 3$ немесе $3 \times 1$ өлшемді тіктөртбұрышты *жолақ* деп, ал кез келген $1 \times 2$ немесе $2 \times 1$ өлшемді тіктөртбұрышты *домино* деп атайық. Кестені жолақтармен төсеп шыққан. Әр жолақтың екі ұяшығы бір доминомен, ал үшінші ұяшығы екінші доминоның бір ұяшығымен жабылатындай етіп, осы төсеудің үстінен тақтаны тағы да доминолармен төсеп шығуға болатынын дәлелдеңіз. (Төсеу кезінде тіктөртбұрыштар кестені толығымен жабады, ал бір бірін жаппайды.)

**№6.** $ABC$ үшбұрышының медианалары $G$ нүктесінде қиылысады. Алты $GAB$, $GAC$, $GBA$, $GBC$, $GCA$, $GCB$ бұрыштарының ішінде кемінде үшеуінің әрқайсысы $\alpha$-дан кем емес. $\alpha$-ның қандай ең үлкен мәнінде осындай жағдай орындала алады?