

Полное решение каждой задачи стоило 7 баллов.

#### Схема оценивания задачи 4

Пусть  $\ell \cap CI = X$ ,  $C_1$  – точка касания вписанной окружности со стороной  $AB$ .

1. Доказано, что  $RN$  касается вписанной окружности или  $IX = IN$ : 2 балла
2. Доказано, что треугольник  $XRN$  равнобедренный или получено равенство  $\angle XRI = \angle NRI$ : 3 балла
3. Доказано, что точки  $R, T, I, M$  лежат на одной окружности, или что  $MS \parallel IC_1$ : 5 баллов.

Баллы за пп.1, 2, 3 не суммируются.

#### Схема оценивания задачи 5

I. Полное решение состоит из следующих шагов.

1. Верное доказательство того, что  $f(5x) = xf(5)$  при всех  $x \in \mathbb{Z}$ : 2 балла
  2. Полное доказательство равенства  $f(x) = xf(1)$  при всех  $x$ , не кратных 5: 4 балла
  3. Проверка того, что функции, определенные пп. 1 и 2, удовлетворяют условию: 1 балл
- Проверка должна включать упоминание эквивалентности  $5 \mid 4x + 3y \Leftrightarrow 5 \mid 3x + y \Leftrightarrow 5 \mid x + 2y$ , в противном случае она не считается полной.

Мелкие пробелы могут приводить к потере 1 или 2 баллов в каждом из пунктов 1, 2, 3.

II. Частичные продвижения

1. Доказано, что  $f(-x) = -f(x)$  и (или)  $f(2x) = 2f(x)$  для всех  $x \in \mathbb{Z}$ : 1 балл
2. Доказана эквивалентность  $5 \mid 4x + 3y \Leftrightarrow 5 \mid 3x + y \Leftrightarrow 5 \mid x + 2y$ : 1 балл
3. Установлена “5-аддитивность”  $f(5x + 5y) = f(5x) + f(5y)$ : 1 балл
4. Получено, что  $f(5x) = xf(5)$ : 2 балла
5. Незначительные частичные продвижения, например,  $f(0) = 0$ ,  $f(-1) = -f(1)$  и т.п.: 0 баллов
6. Угадано (без доказательства), что  $f(x) = xf(1)$  для  $x$ , не кратных 5, и проверено, что полученная функция удовлетворяет условию: 1 балл

Пункты 2 и 3 не складываются с пунктом 4.

#### Схема оценивания задачи 6

Раскраска строк через одну: 0 баллов

Раскраска строк через одну и правильно подсчитанная сумма записанных чисел: 1 балл

Доказательство того, что ответ не превосходит  $3n^2 + kn + b$  для некоторых  $k, b \in \mathbb{Z}$ : 1 балл