VIII Международная Жаутыковская олимпиада по математике
Алматы, 2012

18 января 2012 года, 9.00–13.30
Второй день
(Каждая задача оценивается в 7 баллов)

4. Существуют ли целые числа m, n и функция $f : R \to R$, одновременно удовлетворяющие следующим двум условиям (здесь R обозначает множество действительных чисел):

i) $f(f(x)) = 2f(x) - x - 2$ для любого $x \in R$;

ii) $m \le n$ и $f(m) = n$?

5. На диагоналях выпуклого четырехугольника $ABCD$ построены правильные треугольники ACB' и BDC', причем точки B и B' лежат по одну сторону от AC, а точки C и C' лежат по одну сторону от BD. Найдите $\angle BAD + \angle CDA$, если известно, что $B'C' = AB + CD$.

6. Найдите все целочисленные решения уравнения: $2x^2 - y^{14} = 1$.

VIII International Zhautykov Olympiad in Mathematics
Almaty, 2012

18 January, 2012, 9.00–13.30
Second day
(Each problem is worth 7 points)

4. Do there exist integers m, n and a function $f : R \to R$ satisfying simultaneously the following two conditions (here R denotes the set of real numbers):

i) $f(f(x)) = 2f(x) - x - 2$ for any $x \in R$;

ii) $m \le n$ and $f(m) = n$?

5. Equilateral triangles ACB' and BDC' are drawn on the diagonals of a convex quadrilateral $ABCD$ so that B and B' are on the same side of AC, and C and C' are on the same side of BD. Find $\angle BAD + \angle CDA$ if $B'C' = AB + CD$.

6. Find all integer solutions of the equation $2x^2 - y^{14} = 1$.