

Полное решение каждой задачи стоило 7 баллов.

#### **Схема оценивания задачи 4**

Пусть  $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ,  $n \geq k$ .

1. Показано, что если каждое  $t \in [1, S]$  не является дыркой, то  $a_{n+1} = a_1 + a_2 + \dots + a_n + 1$ : 1 балл

2. Утверждается, что количество дырок убывает: 1 балл

3. Доказано, что количество дырок убывает: 2 балла

4. Из того, что  $a_{n+1} = a_1 + a_2 + \dots + a_n + 1$  выведено, что  $a_{n+1} = 2a_n$ : 2 балла

5. Утверждается, что если  $t \in [1, S]$  является дыркой, то  $S - t$  также является дыркой: 1 балл

Пункты 3 и 5 не суммируются.

6. Доказано, что  $a_{n+1} \geq 2a_n$  при  $n \geq k$ : 1 балл

Пункт 6 не суммируется с остальными.

#### **Схема оценивания задачи 5**

Полное рассмотрение случая нечётного  $n$ : 3 балла

Полное рассмотрение случая чётного  $n$ : 4 балла

За небольшие пробелы и ошибки снималось 1–2 балла

Частичные продвижения:

(1) Угадан ответ: 0 баллов

(2) Доказательство леммы 2: 2 балла

(3) Получено уравнение  $C(2^n + 1) = P\left(\frac{a^{p_1} + 1}{a + 1}\right) + \dots + P\left(\frac{a^{p_s} + 1}{a + 1}\right)$ : 4 балла

(4) Доказано, что  $n = 3^r$ : 6 баллов

Пункты (2), (3), (4) не суммируются.

#### **Схема оценивания задачи 6**

Упоминание теоремы Птолемея для четырёх точек пространства: 0 баллов

Задача сведена к лемме 2: 5 баллов