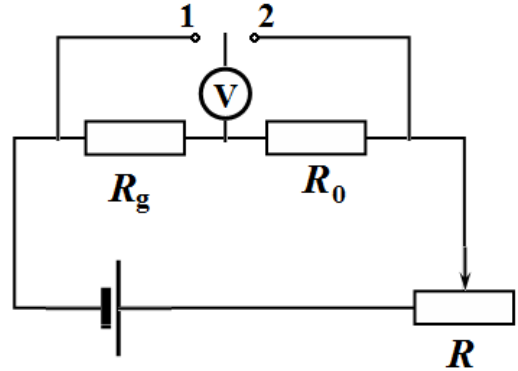


РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ТУРА**Сопротивление графита****Часть 1. Вольтамперная характеристика графитового стержня**

1.1 С помощью омметра легко определить, что центральным выводом является вывод *b*.

1.2.1 Для измерения вольтамперной характеристики графитового стержня можно использовать традиционную схему, показанную на рисунке. При подключении вольтметра в положение 1 измеряется напряжение на графитовом стержне, при подключении к точке 2 – напряжение на резисторе $R_0 = 1,0 \text{ Ом}$. Если напряжение измеряется в вольтах, то напряжение на резисторе численно равно силе тока в цепи в амперах.

Допустимо подключение переменного резистора по схеме потенциометра, правда в этом случае максимальное значение силы тока в цепи будет немного меньше.



1.2.2 Результаты измерений зависимости силы тока в цепи от напряжения на графитовом стержне приведены в Таблице 1. В этой же таблице приведены значения мощностей, рассчитанные по формуле

$$P = UI \quad (1)$$

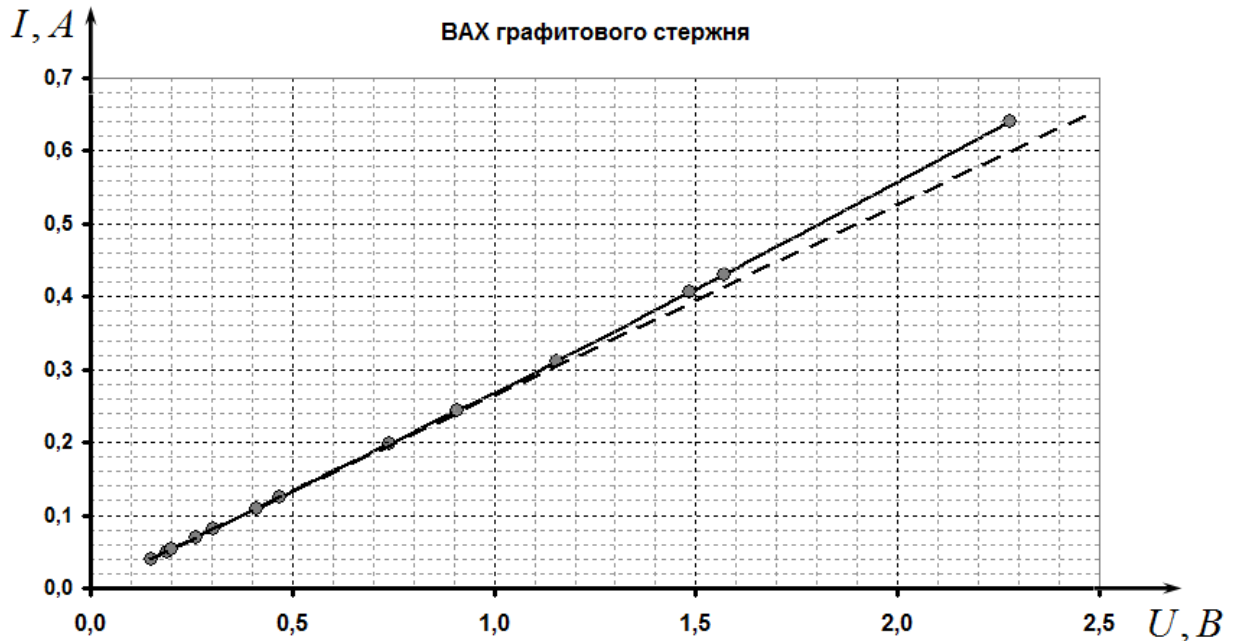
и значения сопротивлений графитового стержня, рассчитанные по формуле

$$R = \frac{U}{I}. \quad (2)$$

Таблица 1. Измерения в воздухе

$U, \text{ В}$	$I, \text{ А}$		$P, \text{ Вт}$	$R, \text{ Ом}$
0,150	0,040		0,0060	3,750
0,188	0,050		0,0094	3,760
0,202	0,054		0,0109	3,741
0,261	0,070		0,0183	3,729
0,304	0,081		0,0246	3,753
0,411	0,109		0,0448	3,771
0,470	0,124		0,0583	3,790
0,742	0,199		0,1477	3,729
0,907	0,243		0,2204	3,733
1,155	0,312		0,3604	3,702
1,486	0,406		0,6033	3,660
1,570	0,430		0,6751	3,651
2,280	0,640		1,4592	3,563

1.2.3 График зависимости силы тока через стержень от напряжения на нем показан на рисунке.



Видно, что кривая несколько отклоняется вверх от линейной прямо пропорциональной зависимости, что объясняется уменьшением сопротивления стержня при увеличении температуры.

Вывод теоретической зависимости.

В установившемся режиме выполняется условие теплового баланса:

$$\frac{U^2}{R_0(1 + \alpha\Delta T)} = \beta\Delta T. \quad (3)$$

Решая квадратное уравнение относительно разности температур, получим

$$\begin{aligned} \frac{U^2}{R_0} = \beta\Delta T(1 + \alpha\Delta T) &\Rightarrow \alpha\beta(\Delta T)^2 + \beta\Delta T - \frac{U^2}{R_0} = 0 \\ \Delta T = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\frac{U^2}{R_0}\alpha\beta}}{2\alpha\beta} \end{aligned} \quad (4)$$

Из полученных данных следует, что температурный коэффициент сопротивления является отрицательным. Кроме того, можно показать, что из двух корней уравнения (3) следует выбирать меньший (со знаком +), так как он соответствует устойчивому тепловому равновесию. Поэтому теоретическая зависимость имеет вид

$$I = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta T)} = \frac{U}{R_0 \left(1 + \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\frac{U^2}{R_0}\alpha\beta}}{2\beta} \right)} \approx \frac{U}{R_0 \left(1 + \frac{U^2 \alpha}{R_0 \beta} \right)} \approx \frac{U}{R_0} \left(1 - \frac{U^2 \alpha}{R_0 \beta} \right) \quad (5)$$

Два последних выражения, являются приближениями, справедливыми при малых α .

1.2.3 Для более точного расчета сопротивления графитового стержня при комнатной температуре следует из приведенных данных взять несколько первых точек при низких напряжениях (не более 0,5 В), при которых стержень практически не разогревается. Далее по

методу наименьших квадратов следует рассчитать коэффициент наклона зависимости¹ $U(I)$, который равен сопротивлению стержня.

Расчет по полученным экспериментальным данным приводит к результату:

$$R_0 = (3,78 \pm 0,03) \text{ Ом}.$$

Для расчета удельного сопротивления воспользуемся формулой

$$R = \rho \frac{4l}{\pi d^2} \Rightarrow \rho = \frac{\pi d^2}{4l} R = \frac{\pi \cdot (1,0 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2}} 3,78 = 5,93 \cdot 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Здесь $l = (5,0 \pm 0,2) \text{ см}$ – измеренная длина участка стержня между зажимами.

Расчет погрешности проводится по формуле

$$\Delta \rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2} = 5,93 \cdot 10^{-5} \sqrt{\left(\frac{0,03}{3,78}\right)^2 + \left(2 \frac{0,05}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{5}\right)^2} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Окончательный результат

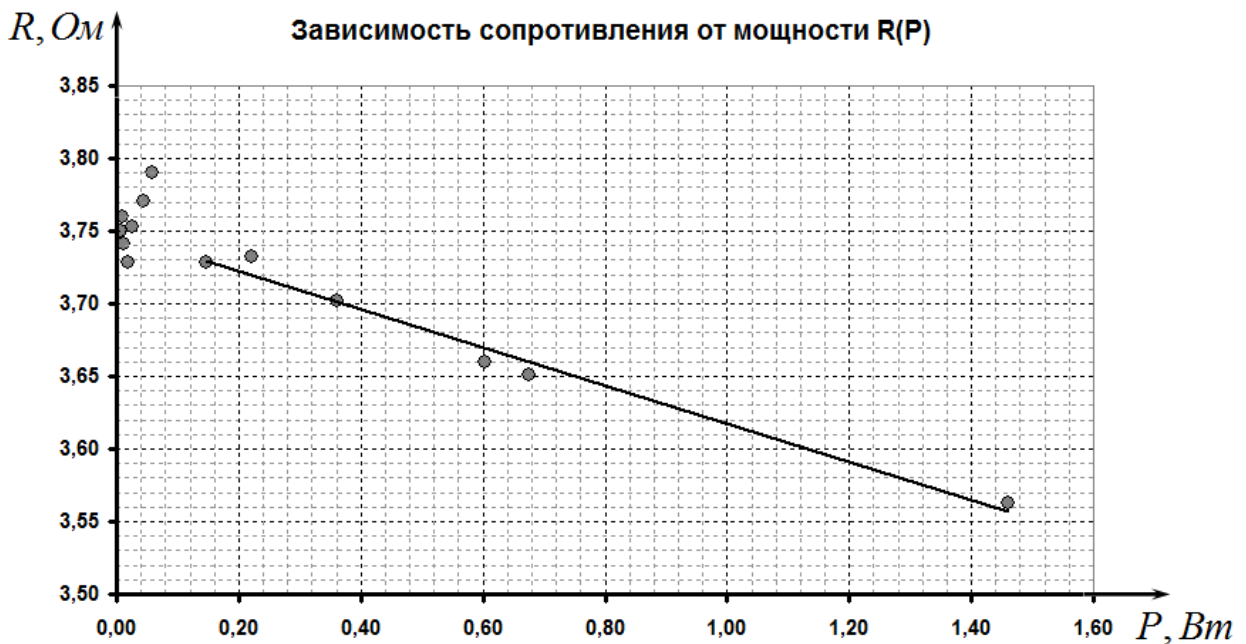
$$\rho = (5,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{м} \tag{6}$$

1.2.4 В установившемся режиме мощность, выделяющаяся при протекании тока, равна мощности тепловых потерь

$$P = \beta \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{P}{\beta},$$

Поэтому зависимость сопротивления от мощности имеет вид

$$R_g = R_0 (1 + \alpha \Delta T) = R_0 \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} P\right). \tag{7}$$



1.2.5 График зависимости сопротивления от выделяющейся мощности показан на рисунке.

1.2.6 Линейность данной зависимости наблюдается при мощностях больших примерно 0,2 Вт

Коэффициенты этой зависимости $R = aP + b$, рассчитанные по МНК равны $a = 0,13 \frac{\text{Ом}}{\text{Вт}}$, $b = 3,75 \text{ Ом}$, следовательно, коэффициент в формуле (3) условия задачи равен

$$\gamma = \frac{a}{b} = 0,035 \text{ Вт}^{-1}.$$

¹ Допустимо обрабатывать и построенную зависимость $I(U)$

1.3.1 Результаты измерений зависимости силы тока от напряжения для стержня помещенного в снег приведены в таблице 2. График полученной зависимости показан на рисунке.

Таблица 2

U, B	I, A
0,144	0,037
0,177	0,045
0,248	0,064
0,292	0,076
0,354	0,091
0,504	0,130
0,721	0,188
0,895	0,232
1,205	0,312
1,554	0,409



В этом случае также наблюдается слабая нелинейность при увеличении мощности. Поэтому для расчета сопротивления при нулевой температуре также следует использовать только начальные точки при небольших сопротивлениях. Расчет по первым пяти точкам приводит к значению

$$R_g = (3,88 \pm 0,03) \text{ Ом.}$$

Так как это значение описывается формулой $R_g = R_0(1 + \alpha \Delta T)$, то температурный коэффициент сопротивления может быть рассчитан по формуле

$$\alpha = \frac{1}{\Delta T} \left(\frac{R_g}{R_0} - 1 \right) = -\frac{1}{20^\circ} \left(\frac{3,88}{3,78} - 1 \right) = -1,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}.$$

Погрешность определяется главным образом погрешностью измерения сопротивлений, поэтому рассчитывается по формуле

$$\Delta \alpha = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_g}{\Delta T \cdot R_0} \right)^2 + \left(\frac{R_g \Delta R_0}{\Delta T \cdot R_0^2} \right)^2} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}..$$

Часть 2. Остывание графитового стержня.

2.1 Результаты измерений времени достижения указанного напряжения показаны в Таблице 3. График зависимости напряжения от времени показан на рисунке.

Таблица 3

U, mB	t, c	$\ln(U - \bar{U})$
44	0,00	3,045
42	2,22	2,944
40	4,45	2,833
38	7,03	2,708
36	9,99	2,565
34	13,50	2,398
32	18,42	2,197
30	25,38	1,946
28	38,14	1,609



Так как измеренное напряжение пропорционально изменению напряжения, а изменение сопротивления пропорционально изменению температуры, то измеренная зависимость с точностью до несущественного множителя совпадает с зависимостью температуры от времени.

Решением приведенного уравнения

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau}(T - \bar{T})$$

является экспоненциальная функция

$$(T - \bar{T}) = (T - \bar{T})_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (8)$$

Для определения характерного времени остывания следует построить полученную зависимость в полулогарифмическом масштабе $\ln(U - \bar{U})$ от времени. Для расчетов необходимо измерить стационарное значение напряжения (выждав несколько минут). В наших измерениях $\bar{U} = 23 мВ$. В таблице 3 приведены результаты расчетов логарифмов.

На следующем рисунке приведен график в полулогарифмическом масштабе.

Зависимость напряжения от времени



Коэффициент наклона полученной практически линейной зависимости равен $a = -0,044 c^{-1}$. Следовательно, характерное время установления теплового равновесия равно

$$\tau = -\frac{1}{a} \approx 23 c.$$

Схема оценивания

№ пункта	содержание	баллы
1.1	Средний вывод - <i>b</i>	0,2
1.2.1	Схема измерений: - последовательное соединение резистора и стержня; - измерение напряжения на резисторе и стержне; - возможность изменения силы тока (последовательное подключение переменного резистора, или по схеме делителя напряжения); - правильно подключенный источник;	0,5 0,2 0,1 0,1 0,1
1.2.2	оценивается если отличие от табличных не более 50% Измерения : - не менее 10 точек (<i>7-9 точек; 5-6 точек; менее 5</i>) - минимальное напряжение менее 0,2 В; - максимальное напряжение более 2 В; - указано отклонение «Вверх» от линейной зависимости; Построение графика: - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая линия; Теоретическая формула (уравнение теплового баланса, квадратное уравнение для температуры, выбран меньший корень, подстановка в закон Ома)	3,0 1,5(0,8; 0,5; 0) 0,2 0,2 0,3 0,1 0,2 0,1 0,4
1.2.3	Рассчитано значение сопротивления стержня: - использованы напряжения не более 0,3 В; - расчет проведен по всем точкам в этом диапазоне (не менее 5); (<i>по 2 точкам, по 1 точке</i>) - численное значение сопротивления в диапазоне 3,5-4,5 Ом (<i>3,0 – 5,0 Ом</i>); Измерена длина стержня между контактами (не более 5 см); Формула для расчета ρ ; Рассчитано значение ρ : В диапазоне $\pm 20\%$ ($\pm 50\%$); Оценка погрешности (любым методом)	1,1 0,2 0,2 (0,1; 0,05) 0,1 (0,05) 0,1 0,1 0,3 (0,1) 0,1
1.2.4	Уравнение теплового баланса; Формула для зависимости $R(\Delta T)$	0,2 0,1 0,1
1.2.5	Формула для мощности; Формула для сопротивления; Проведен расчет для всех точек; Построение графика: - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая линия;	0,7 0,05 0,05 0,2 0,1 0,2 0,1
1.2.6	Выделен линейный участок при мощностях больших 0,2 Вт Найден коэффициент по всем точкам (по двум точкам) Формула для расчета; -численное значение в диапазоне 0,025-0,045 Вт ⁻¹ (<i>0,01 – 0,06</i>)	0,5 0,1 0,2 (0,1) 0,2 (0,1)

1.3.1	<p>оценивается если результаты измерений отличаются от табличных не более чем на 50%</p> <p>Измерения :</p> <ul style="list-style-type: none"> - не менее 10 точек (<i>7-9 точек; 5-6 точек; менее 5</i>) - минимальное напряжение менее 0,2 В; - максимальное напряжение более 1,5 В; - получена практически линейная зависимость; - есть незначительное отклонение от линейной зависимости «вверх» <p>Построение графика:</p> <ul style="list-style-type: none"> - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая линия; 	<p>2,6</p> <p>1,5 (<i>0,8; 0,5</i>)</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,1</p> <p>0,2</p> <p>0,1</p> <p>0,2</p> <p>0,1</p>
1.3.2	<p>Рассчитано сопротивление при температуре тающего снега:</p> <ul style="list-style-type: none"> - выбраны точки при мощностях меньших 0,5 В; - расчет по всем точкам (по 2 точкам, по 1 точке); - численное значение сопротивления в диапазоне 3,5-4,5 Ом (<i>3,0 – 5,0 Ом</i>); - сопротивление больше, чем при комнатной температуре; - формула для расчета температурного коэффициента; - отрицательное значение; - численное значение в диапазоне $\pm 50\%$ ($\pm 75\%$); - оценка погрешности; - погрешность более 50% 	<p>1,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2 (<i>0,1, 0,05</i>)</p> <p>0,1 (<i>0,05</i>)</p> <p>0,1</p> <p>0,1</p> <p>0,1</p> <p>0,2(<i>0,1</i>)</p> <p>0,1</p> <p>0,1</p>
2.1	<p>Оценивается, если результаты измерений отличаются от табличных не более чем на 50%</p> <p>Результаты измерений:</p> <ul style="list-style-type: none"> - не менее 7 точек (<i>5-6 точек; менее 5</i>) - получена убывающая зависимость выпуклостью вниз; <p>Диапазон изменения напряжения более чем в 1,5 раза;</p> <ul style="list-style-type: none"> - есть предельное значение напряжения; 	<p>3</p> <p>2 (<i>1,5; 1</i>)</p> <p>0,3</p> <p>0,3</p> <p>0,4</p>
2.2	<p>Построение графика:</p> <ul style="list-style-type: none"> - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая линия; 	<p>0,4</p> <p>0,1</p> <p>0,2</p> <p>0,1</p>
2.3	<p>Оценка времени установления равновесия:</p> <ul style="list-style-type: none"> - графически (по касательной до стационарного значения); - по 1-2 точкам; - проведена полулогарифмическая линеаризация; - численное значение в диапазоне 20-30с (<i>15-40с, 10-45с</i>) 	<p>1,6</p> <p>0,5</p> <p>0,2</p> <p>1,0</p> <p>0,6 (<i>0,4; 0,2</i>)</p>