

Схема оценки к задаче №1.

1. Замечено, что если при большом n неполное частное при делении 3^n на 2^n нечётно, то $n + 1$ является решением: **2 балла.**
2. Незначительные ошибки: **-1 балл.**
-

Схема оценки к задаче №2.

Схема оценки для первого решения.

Общая схема:

- а) Полное решение: **7 баллов.**
б) Недоведенное счетное решение (в координатах, в комплексных числах, в векторах, тригонометрическое, и т.д.): **0 баллов.**

Частичные баллы:

1. Доказано, что $CPFQ$ — параллелограмм: **0 баллов.**
2. Доказано, что $CQRD$ и (или) $CPSB$ — параллелограмм: **1 балл.**
3. Доказано, что $BX = DY$ или $DX = BY$: **4 балла.**
4. Доказано, что AD и BE — общие внутренние касательные к ω_1 и (или) ω_2 : **1 балл.**
5. Доказано, что $X \in \omega_1$ и (или) $Y \in \omega_2$: **1 балл.**

Пункт 4 не складывается с пунктом 3.

Пункт 5 не складывается с пунктом 3.

Схема оценки для второго решения.

Общая схема:

- а) Полное решение: **7 баллов.**
б) Недоведенное счетное решение (в координатах, в комплексных числах, в векторах, тригонометрическое, и т.д.): **0 баллов.**

Частичные баллы:

1. Доказано, что $CPFQ$ — параллелограмм: **0 баллов.**
2. Доказано, что $CQRD$ и (или) $CPSB$ — параллелограмм: **1 балл.**
3. Доказано, что точки C , M и T лежат на одной прямой, где $FRMS$ — параллелограмм: **4 балла.**
-

Схема оценки к задаче №3.

За доказательства Предложений 1 и 2 баллы не начисляются.

Баллы не снимаются, если Предложение 1 используется без доказательства.

Если Предложение 2 используется без доказательства, снимается 1 балл

Далее мы описываем продвижения к решениям, аналогичным официальным. Баллы, относящиеся к одному решению, складываются друг с другом; баллы, относящиеся к разным решениям — нет.

К Решению 1

За доказательство Леммы баллы не начисляются.

(1.1) Если Лемма используется без доказательства, баллы не снимаются.

(1.2) Сформулировано ключевое Утверждение, и утверждение задачи сведено к нему ... **1 балл**

Примечание. Доказательство следующего утверждения (следующего из Предложения 2) считается соответствующим (1.2):

Достаточно доказать, что существует таблица, заполненная неотрицательными числами, такая, что суммы в её ладейных множествах равны соответствующим суммам в таблице Элвина.

(1.3) Ключевое Утверждение доказано **6 баллов**

Если в доказательстве Утверждения показано лишь, что путём уменьшения нескольких чисел можно получить хорошую таблицу, все клетки которой устойчивы, **баллы не добавляются.**

К Решению 2

(2.1) Лишь доказательство Шага 1 **5 баллов**

(2.2) Лишь доказательство Шага 2 **1 балл**

(2.3) Оба Шага присутствуют **добавляется 1 балл**

Замечание. Балл за (2.3) даётся только в том случае, когда оба Шага практически завершены, возможно, с мелкими недостатками.

К Решению 3

(3.1) Введены конусы G и T , и доказано, что они замкнуты **1 балл**

(3.2) Явное описание всех опорных линейных функций для T **3 балла**

(3.3) Завершение решения с использованием этого описания **3 балла**

Схема оценки к задаче №4.

Схема оценки для первого решения.

Общая схема:

Полное решение: **7 баллов.**

Частичные баллы:

1. Рассмотрение окружностей с радиусами r'_1, r'_2, r'_3 (с описанием того, как они получены): **3 балла.**

2. Утверждение (без доказательства), что $r_1 \geq r'_1$: **1 балл.**

3. Доказано, что $r_1 \geq r'_1$: **2 балла.**

4. Утверждение (без доказательства), что $r'_1 + r'_2 + r'_3 = r$: **1 балл.**

5. Доказано, что $r'_1 + r'_2 + r'_3 = r$: **2 балла.**

Пункты 2 и 3 не складываются.

Пункты 4 и 5 не складываются.

Схема оценки для второго решения.

Общая схема:

Полное решение: **7 баллов.**

Частичные баллы:

1. Доказано одно из равенств

• $\sin \frac{\angle A}{2} = \frac{r - r_1}{r + r_1}$ или

• $r_1 = r \cdot \frac{1 - \sin \frac{\angle A}{2}}{1 + \sin \frac{\angle A}{2}}$ или

• $r_1 = r \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle A}{4} \right)$:

..... 3 балла.

2. Упомянуто, что $\sin \frac{\angle A}{2} + \sin \frac{\angle B}{2} + \sin \frac{\angle C}{2} \leq 3 \cdot \sin \frac{\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2}}{3}$: 2 балла.

Если же утверждается (без доказательства), что $\sin \frac{\angle A}{2} + \sin \frac{\angle B}{2} + \sin \frac{\angle C}{2} \leq \frac{3}{2}$: 1 балл.

3. Сформулировано (со ссылкой на неравенство Йенсена) одно из двух неравенств, без проверки выпуклости (вогнутости) соответствующей функции:

$$\bullet \frac{1 - \sin \frac{\angle A}{2}}{1 + \sin \frac{\angle A}{2}} + \frac{1 - \sin \frac{\angle B}{2}}{1 + \sin \frac{\angle B}{2}} + \frac{1 - \sin \frac{\angle C}{2}}{1 + \sin \frac{\angle C}{2}} \geq 3 \cdot \frac{1 - \sin \frac{\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2}}{3}}{1 + \sin \frac{\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2}} \text{ или}$$

$$\bullet \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle A}{4} \right) + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle B}{4} \right) + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle C}{4} \right) \geq 3 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{3 \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{\angle A}{4} - \frac{\angle B}{4} - \frac{\angle C}{4}}{3}:$$

..... 2 балла.

4. Если доказано одно из неравенств

$$\bullet \frac{1 - \sin \frac{\angle A}{2}}{1 + \sin \frac{\angle A}{2}} + \frac{1 - \sin \frac{\angle B}{2}}{1 + \sin \frac{\angle B}{2}} + \frac{1 - \sin \frac{\angle C}{2}}{1 + \sin \frac{\angle C}{2}} \geq 1 \text{ или}$$

$$\bullet \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle A}{4} \right) + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle B}{4} \right) + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle C}{4} \right) \geq 1:$$

..... 4 балла.

Могут суммироваться только пункты 1 и 2, или 1 и 3, или 1 и 4.

Схема оценки к задаче №5.

Замечание. В критериях, говоря о *стратегии* для какого-то игрока, мы всегда подразумеваем явную стратегию, предписывающую, что делать в каждой возникающей ситуации. Описания вида «играем, сохраняя *⟨некоторое условие⟩*» обычно нуждаются в объяснениях, почему это всегда возможно. Отсутствие такого объяснения приводит к снижению баллов.

(O) **Баллы не начисляются** за следующие начальные шаги:

(O1) Только ответ;

(O2) Замечание, что F не уменьшается;

(O3) Лишь определение стабильной ситуации.

(A) Стратегия, позволяющая Анне добиться $F = 34$, с верным доказательством того, что она работает 4 балла

(A1) Только верная стратегия, позволяющая Анне добиться $F = 34$, без верного доказательства **2 балла**

(A2) Только стратегия, позволяющая Анне добиться $F = 33$, с верным доказательством того, что она работает 1 балл

(B) Стратегия, позволяющая Бобу не допустить значения $F = 35$, с верным доказательством того, что она работает 3 балла

(B1) Лишь предъявление верной стратегии, позволяющая Бобу не допустить значения $F = 35$, без верного доказательства 1 балл

(B2) Лишь стратегия (возможно, с верным доказательством), позволяющая Бобу не допустить значения $F = 36$ (или даже бóльших значений) 0 баллов

Баллы за одну из частей А и В не складываются друг с другом; баллы за разные части (А и В) — складываются.

(X) Если за части А и В баллов не начислено, то участник может получить баллы за следующее продвижение.

(X1) Введено понятие стабильной ситуации (или эквивалентное понятие), **а также** доказано хотя бы одно из двух утверждений: (a) Анна может увеличить F , если ситуация перед её ходом нестабильна; или (b) если ситуация после хода Боба стала стабильной, он всё время может предотвращать увеличение F (или доказаны оба утверждения (a) и (b)) **1 балл**

Схема оценки к задаче №6.

Полное решение пункта а): **2 балла.**

Замечено, что значения многочлена Q на корнях многочлена P , являются корнями многочлена P (не суммируется с пунктом а) задачи): **1 балл.**