

Полное решение каждой задачи стоило 7 баллов.

Схема оценивания задачи 1

- (i) утверждение задачи доказано для простых n : 2 балла
- (ii) существование натурального d , для которого $2^d \equiv 1 \pmod{n}$, утверждается без условия $(2, n) = 1$: -1 балл
- (iii) в решении используется, что c или d меньше, чем $\varphi(n)$: -1 балл

Схема оценивания задачи 2

I. Правильный пример для $k = 2$: 1 балл

II. Правильное доказательство оценки $k \leq 2$: 6 баллов

Частичные продвижения в II

II.1. Замечено, что нет трёх попарно непересекающихся подмножеств, или что любые множества A и B , не пересекающиеся с некоторым C , должны пересекаться друг с другом: 1 балл

II.2. Доказано, что для любых непересекающихся подмножеств A и B существует единственное C , пересекающееся и с A , и с B : 2 балла

II.3. Оценка доказана в дополнительном предположении, что разным C_j из официального решения соответствуют разные пересекающиеся с ними B_i : 3 балла

II.1, II.2 и II.3 не суммируются друг с другом, но суммируются с I.

III. Ответ без примера: 0 баллов

IV. Доказано, что k чётно: 0 баллов

Схема оценивания задачи 3

1. Использование теоремы Птолемея: 0 баллов

2. Оценка $AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC \geq 3\sqrt[3]{AB \cdot CD \cdot \frac{AD \cdot BC}{2} \cdot \frac{AD \cdot BC}{2}}$ или аналогичная для четырёхугольников $BCDE$, $CDEF$, $DEFA$, $EFAB$ или $FABC$: 1 балл

3. Доказательство неравенств

3.1. $d_3^2 \geq 64d_1$: 2 балла

3.2. $\sqrt[3]{d_3} \sqrt[6]{d_1} \leq \sqrt[3]{d_2} - \sqrt[3]{d_1}$: 2 балла

3.3. $\sqrt[3]{d_3^2} \geq \sqrt[3]{d_2} + \sqrt[3]{d_1}$: 2 балла

4. С помощью инверсии задача сведена к доказательству неравенства $(x+y)(y+z)(z+t)(x+y+z+t) \geq 27xyzt$: 2 балла

5. С помощью проективного преобразования задача сведена к случаю шестиугольника, противоположные стороны которого параллельны: 2 балла

6. Упоминание проективного преобразования или инверсии без получения пунктов 4 или 5: 0 баллов.

Суммируются друг с другом только части п.3.