Математикадан халықаралық XVI Жәутіков олимпиадасы
Алматы, 2020

10 қаңтар 2020 жыл, 9.00-13.30
Бірінші күн
(Әр есеп 7 ұпайға бағаланады)

№1. Натурал n саны мынандай: кез келген a және b натурал сандары үшін 2^a3^b+1 саны n санына бөлінбейді. Олай болса, кез келген натурал c және d сандары үшін 2^c+3^d саны да n-ге бөлінбейтінін дәлелдеңіз.

№2. 20 элементті жиынның әртүрлі $2k+1$ ішкі жиыны таңдалып алынған. Осы таңдалған ішкі жиындардың әрқайсысы жеті элементтен тұрады және қалғандарының дәл k-сымен қиылысады. Осы шарттар k-ның қандай ең үлкен мәнінде орындалуы мүмкін?

№3. Шеңберге іштей сызылған дөңес $ABCDEF$ алтыбұрышы үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз:

$$AC\cdot BD\cdot CE\cdot DF\cdot AE\cdot BF\geqslant 27AB\cdot BC\cdot CD\cdot DE\cdot EF\cdot FA.$$

XVI Международная Жаутыковская олимпиада по математике
Алматы, 2020

10 января 2020 года, 9.00-13.30
Первый день
(Каждая задача оценивается в 7 баллов)

№1. Натуральное число n таково, что ни при каких натуральных a и b число 2^a3^b+1 не делится на n. Докажите, что 2^c+3^d также не делится на n ни при каких натуральных c и d.

№2. В множестве из 20 элементов выбраны $2k+1$ различных семиэлементных подмножеств, каждое из которых пересекается ровно с k другими выбранными подмножествами. При каком наибольшем k это возможно?

№3. Выпуклый шестиугольник $ABCDEF$ вписан в окружность. Докажите неравенство

$$AC\cdot BD\cdot CE\cdot DF\cdot AE\cdot BF\geqslant 27AB\cdot BC\cdot CD\cdot DE\cdot EF\cdot FA.$$

XVI International Zhautykov Olympiad in Mathematics
Almaty, 2020

January 10, 9.00-13.30
First day
(Each problem is worth 7 points)

№1. A positive integer n does not divide 2^a3^b+1 for any positive integers a and b. Prove that n does not divide 2^c+3^d for any positive integers c and d.

№2. In a set of 20 elements there are $2k+1$ different subsets of 7 elements such that each of these subsets intersects exactly k other subsets. Find the maximum k for which this is possible.

№3. A convex hexagon $ABCDEF$ is inscribed in a circle. Prove the inequality

$$AC\cdot BD\cdot CE\cdot DF\cdot AE\cdot BF\geqslant 27AB\cdot BC\cdot CD\cdot DE\cdot EF\cdot FA.$$