

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ТУРА

Диск Максвелла (15,0 балла)

Часть 1. Скатывание

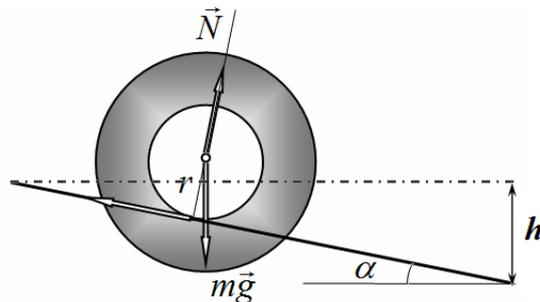
1.1 Основное уравнение динамики вращательного движения относительно точки касания палочки и нити имеет вид

$$\left(\frac{mR^2}{2} + mr^2 \right) \frac{a}{r} = mgr \sin \alpha, \quad (1)$$

где R – радиус диска, r – радиус палочки.

Отсюда следует формула для ускорения оси диска

$$a = \frac{g}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^2} \sin \alpha. \quad (2)$$



1.2 Для изменения и измерения угла наклона нитей необходимо смещать по стержню штатива один из держателей на высоту h . Поэтому синус угла наклона рассчитывается по формуле

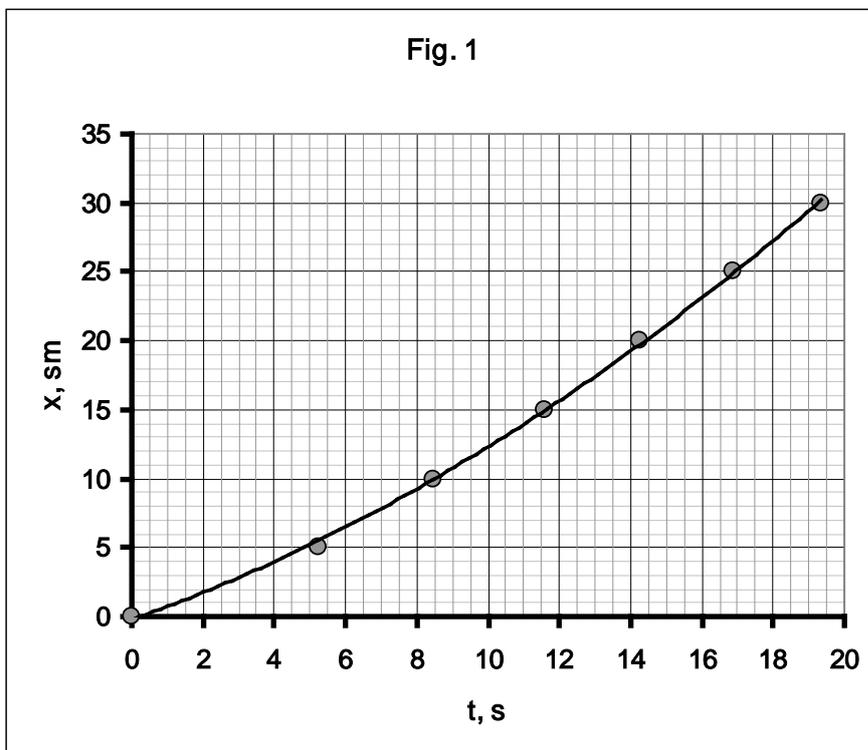
$$\sin \alpha = \frac{h}{L}, \quad (3)$$

где L – длина нитей (в наших экспериментах $L = 70\text{см}$).

В данной части измерения проведены при $h = 3,0\text{см}$. На нитки необходимо нанести метки через равные интервалы и фиксировать с помощью секундомера время прохождения. Трудность заключается в том, что на практике трудно отпустить диск с первой метки без начального толчка, поэтому первая метка используется как начало отсчета, но скорость диска в ней не нулевая! Зависимость координаты оси диска от времени приведена в Таблице 1 и показана на рис. 1.

Таблица 1.

$x, \text{см}$	$t, \text{с}$	x/t
0	0	
5	5,24	0,95
10	8,44	1,18
15	11,57	1,30
20	14,25	1,40
25	16,90	1,48
30	19,34	1,55



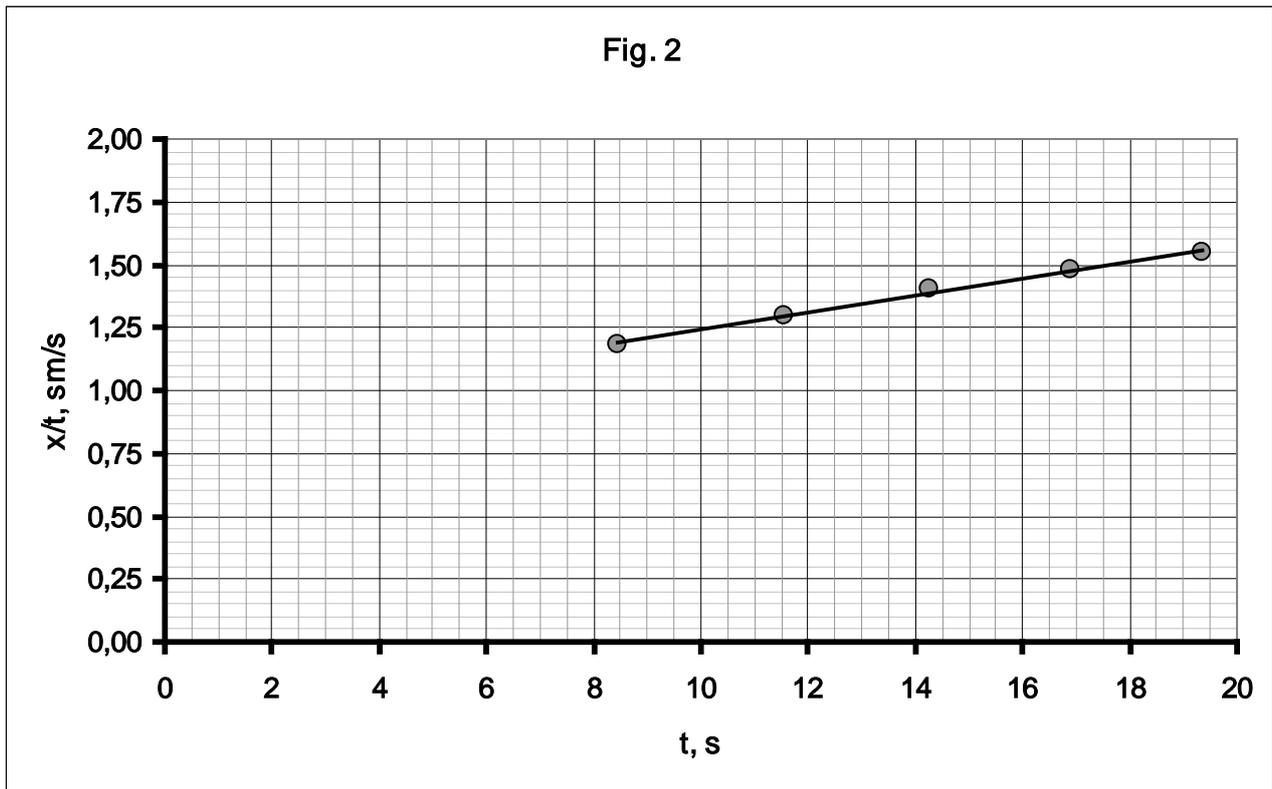
Закон равноускоренного движения имеет вид

$$x(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (4)$$

Для линейризации можно использовать различные методы, но предпочтительной является следующая:

$$\frac{x}{t} = v_0 + \frac{a}{2} t. \quad (5)$$

На рис. 2 показан график зависимости величины $\frac{x}{t}$ (имеющей смысл средней скорости) от времени t .



Примерная линейность данной зависимости доказывает, что экспериментальный закон движения может быть описан функцией (4).

Ускорение оси диска равно удвоенному значению коэффициента наклона данного графика, оно равно по методу наименьших квадратов

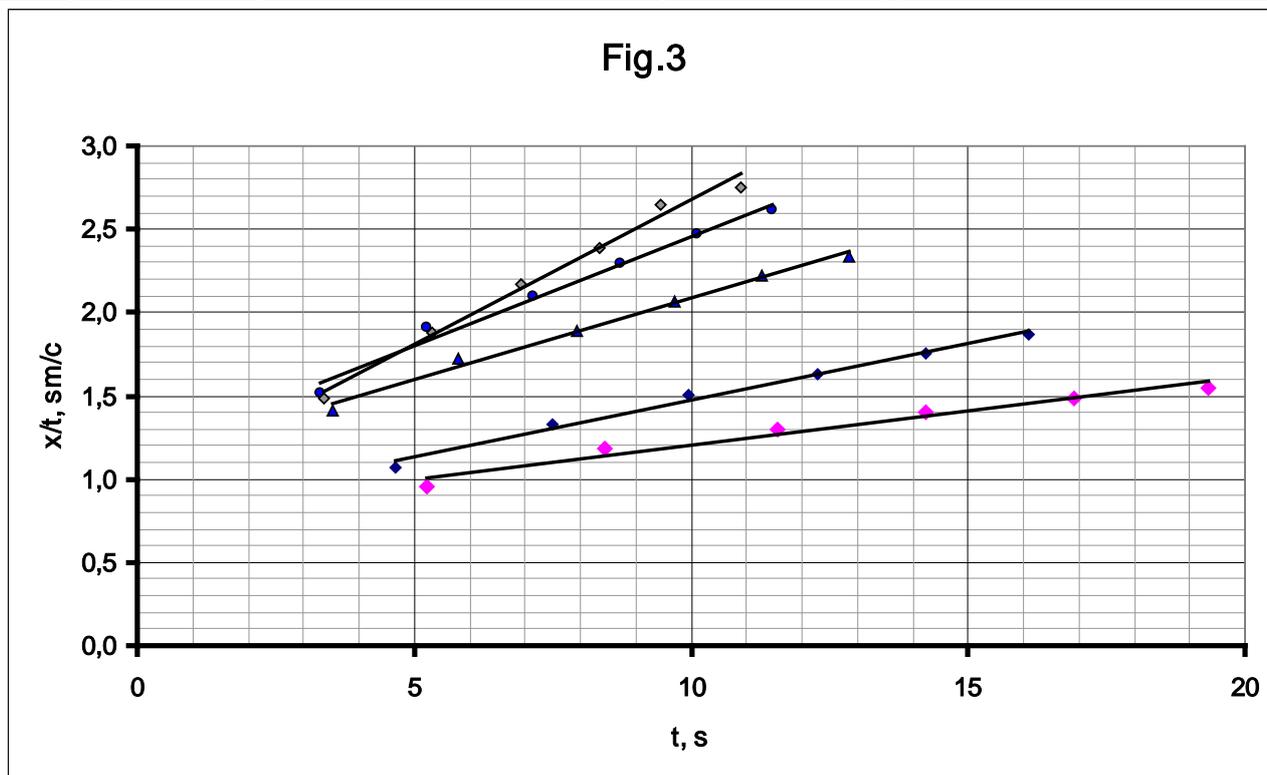
$$a = 0,081 \frac{cm}{c^2}. \tag{6}$$

1.3 Аналогичные измерения проведены и для других значений угла наклона нитей. Их результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2

h=5 см			h=7 см			h=9 см			h=11 см		
x, см	t, с	x/t	x, см	t, с	x/t	x, см	t, с	x/t	x, см	t, с	x/t
0			0			0			0		
5	4,66	1,07	5	3,53	1,42	5	3,30	1,52	5	3,38	1,48
10	7,51	1,33	10	5,81	1,72	10	5,24	1,91	10	5,32	1,88
15	9,95	1,51	15	7,94	1,89	15	7,14	2,10	15	6,92	2,17
20	12,28	1,63	20	9,70	2,06	20	8,73	2,29	20	8,36	2,39
25	14,23	1,76	25	11,26	2,22	25	10,10	2,48	25	9,45	2,65
30	16,10	1,86	30	12,84	2,34	30	11,46	2,62	30	10,89	2,75

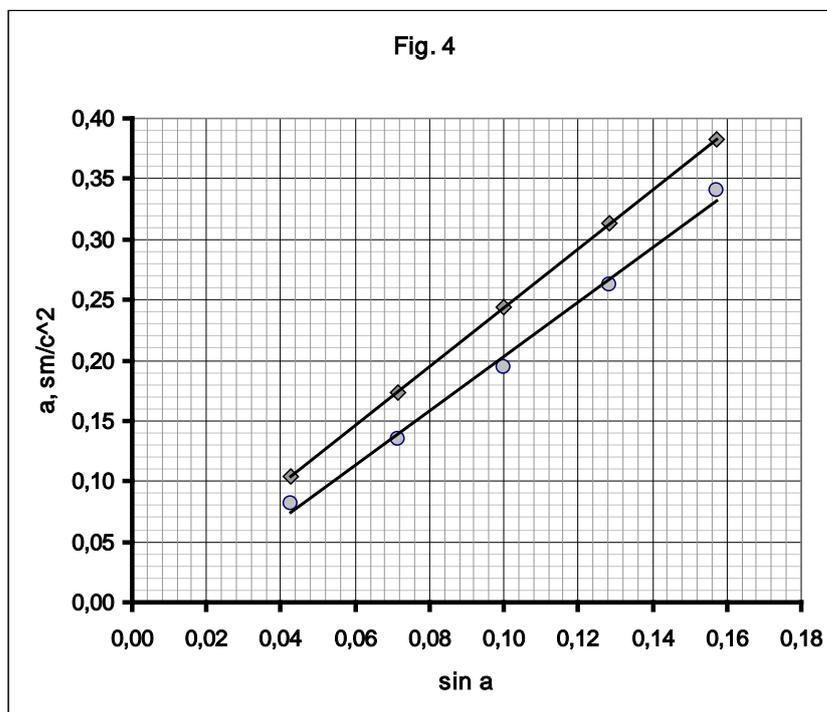
На рисунке 3 показаны графики зависимостей $\frac{x}{t}$ от времени t , использованные для расчета экспериментальных значений ускорений.



В Таблице 3 приведены значения ускорений, рассчитанных по коэффициентам наклона графиков и теоретические значения, рассчитанные по формуле (2). При расчетах приняты следующие измеренные значения диаметр диска $D = 85\text{ мм}$. $d = 3,0\text{ мм}$ – диаметр палочки. На рис. 4 показаны графики зависимостей ускорений от угла наклона нитей.

Таблица 3

h , см	a, теор. см/с ²	a, экспер. см/с ²	sin α
3	0,104	0,081	0,043
5	0,174	0,135	0,071
7	0,244	0,195	0,100
9	0,313	0,262	0,129
11	0,383	0,340	0,157

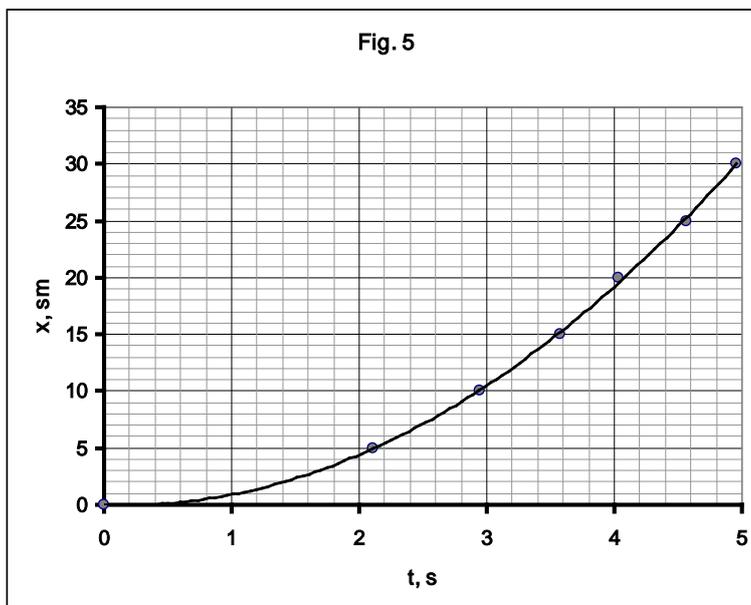


Часть 2. Движение вниз

2.1 В данном случае время движения оказывается малым, поэтому измерения следует проводить для каждого значения координаты неоднократно. В Таблице 4 показаны результаты измерений времени прохождения расстояния x , усредненные по 3 измерениям. На рис. 5 показан график полученной зависимости.

Таблица 4.

x, см	t, с	x/t	t ²
0	0		0
5	2,11	2,37	4,45
10	2,95	3,39	8,70
15	3,58	4,19	12,82
20	4,03	4,96	16,24
25	4,56	5,48	20,79
30	4,96	6,05	24,60

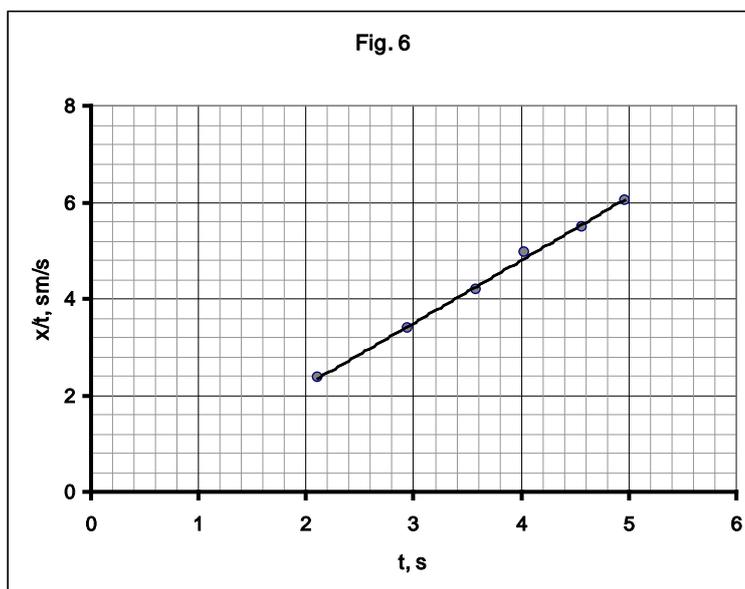


Для расчета ускорения используем прежнюю методику: строим зависимость $\frac{x}{t}$ от t (рис. 6) и находим параметры линеаризованной зависимости.

Расчеты по методу наименьших квадратов дают следующие значения коэффициентов зависимости $\frac{x}{t} = Kt + b$:

$$K = (1,30 \pm 0,07) \frac{см}{с^2}$$

$$b = (-0,40 \pm 0,3) \frac{см}{с}$$



Тогда ускорение оси диска

$$a = (2,60 \pm 0,13) \frac{см}{с^2}. \tag{7}$$

2.3 Формула для ускорения автоматически получается из формулы (2), в которой следует положить $\sin \alpha = 1$:

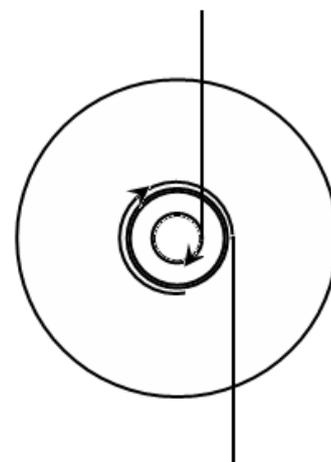
$$a = \frac{g}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2}.$$

Расчет по этой формуле дает значение $a = 2,44 \frac{см}{с^2}$.

Часть 3. Движение вверх

3.1 Нити должны быть намотаны так, чтобы при раскручивании нитей, к которым прикреплен груз, накручивались нити, на которых подвешен диск Максвелла. Очевидно, также, что нити с грузом должны быть намотаны на часть палочки большего радиуса.

(8)



3.2 В данном случае легко регистрируется начало движение оси диска, поэтому можно просто измерить время подъема на фиксированную высоту и рассчитать ускорение по формуле:

$$H = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2H}{t^2}. \quad (9)$$

В ходе измерений были получены значения, представленные в Таблице 5 (при $H = 12\text{см}$).

Таблица 5

n	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$t_3, \text{с}$	$\langle t \rangle, \text{с}$	$a \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$
1	2,07	2,13	2,23	2,14	5,22
2	1,6	1,56	1,63	1,60	9,41

Схема оценивания

	Критерии оценивания	Всего за пункт	Баллы
Часть 1. Скатывание.		8	
1.1	Получена формула $a = \frac{g}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2} \sin \alpha$	0,3	0,3
1.2	Собрана установка, полученные приемлемые значения времен (порядок величины)	0,5	0,5
	Указано значение $\sin \alpha$: Метод измерения; Численное значение в диапазоне 0,04 – 0,2;	0,2	0,1 0,1
	Измерение зависимости оценивается, если $\sin \alpha$ в указанном диапазоне, результаты отличаются от авторский не более, чем на 25%: - диапазон изменения координаты больше 20 см (больше 10 см, меньше 10); - число точек 5 и более (4, менее 4); - получена нелинейная зависимость близкая к параболической;	1,2	0,5(0,3;0) 0,5(0,3;0) 0,2
	Построение графика зависимости $x(t)$ (оценивается, если оценены результаты измерений): - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая линия;	0,3	0,1 0,1 0,1
	Анализ применимости модели равноускоренного движения: - Закон движения $x(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$; - Без начальной скорости;	0,2	0,2 (0)
	Методика анализа: - линейаризация $\frac{x}{t} = v_0 + \frac{a}{2} t$; - расчет скоростей и зависимость $v(t)$; - линейаризация $x(t^2)$; - расчет ускорений по 2-3 точкам;	1,0	1 (0,5) (0,2) (0,1)
	График линейаризованной зависимости (оценивается, если оценены результаты измерений):	0,3	

	- оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая прямая линия;		0,1 0,1 0,1
	Расчет ускорения (если не указана размерность – не оценивается); - по линеаризованной зависимости (МНК, графически); - по 2-3 точкам; - по одной точке;	0,4	0,4 (0,2) (0,1)
1.3	Измерения зависимости ускорения от угла Оценивается, если отличие результатов от табличных не более 25%, Синус угла в диапазоне 0,04 – 0,2 : - число значений угла 4 и более (3, менее 3); - число временных точек на каждой зависимости 5 и более (3-4; менее 3);	1,4	0,2 0,8(0,5;0) 0,4(0,2;0)
	Расчет ускорений (за каждую точку, но не более 4): - линеаризация; - по 1-3 точкам; Расчет $\sin \alpha$;	1,0	0,2x4 (0,1x4) 0,2
	Построение графика зависимости ускорения от угла наклона (оценивается, если оценены результаты измерений): - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая прямая линия;	0,3	0,1 0,1 0,1
1.4	Измерены значения радиусов Проведены расчеты по правильной формуле; Построена прямая линия; Экспериментальные значения систематически меньше теоретических;	0,9	0,2 0,1 0,1 0,5
Часть 2. Движение вниз.		4	
	Собрана установка, получены приемлемые результаты;	0,5	0,5
2.1	Результаты измерений Оценивается, если результаты отличаются от авторских не более, чем на 25%: - диапазон изменения координаты 20 см и более (10 см и более; менее 10); - число точек 5 и более (3-4; менее 3); - проведено усреднение по 3 и более точкам; - получена зависимость близкая к параболической;	1,5	0,5(0,3;0) 0,5(0,3;0) 0,3 0,2
	Построение графика зависимости $x(t)$ (оценивается, если оценены результаты измерений): - оси подписаны и оцифрованы; - нанесены все точки в соответствии с таблицей; - проведена сглаживающая линия;	0,3	0,1 0,1 0,1
2.2	Расчет ускорения (оценивается, если оценены результаты измерений): - проведена линеаризация (допустимо $x(t^2)$); - получено значение ускорения по линеаризованной зависимости (по 1-2 точкам); - оценена погрешность;	1,3	0,5 0,5 0,3
2.3	Получена правильная формула для ускорения; Проведен расчет теоретического значения;	0,4	0,2 0,2
Часть 3. Движение вверх.		3	
3.1	Правильный рисунок намотки нитей (нити с одной стороны от		1

	стержня);		
3.2	Проведено измерение времен подъема (в диапазоне 0,7 – 3,0 с)		0,5x2
	Рассчитаны ускорения (допустимое отличие от авторских 50%)		0,5x2
	ВСЕГО	15	