

Полное решение каждой задачи стоило 7 баллов.

### Схема оценивания задачи 1

(1)  $P, Q, R, S$  лежат на одной окружности: 3 балла

(2)  $PM = QM$ : 1 балл

(3)  $MS = MR$ : 3 балла

Баллы начисляются за доказанные утверждения. Баллы за пункты (1) и (2) не суммируются.

### Схема оценивания задачи 2

Тривиальные наблюдения, например,  $f(0) = 0$ , или нахождение решений  $f(x) \equiv 0$  и  $f(x) \equiv x$  are solutions: 0 баллов

I. Случай, когда  $f(x) = 0$  только при  $x = 0$ .

а) Доказано, что  $f(x) \equiv x$ : 2 балла

б) Доказано, что  $f(-x^2) = -x^2$ : 1 балл

Пункты а) и б) не суммируются.

II. Случай, когда  $f(x_0) = 0$  при некотором ненулевом  $x_0$

1. Полное решение в этом случае: 5 баллов

2. Снятие баллов:

а) Пропущен один из двух подслучаев  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq b \\ -\sqrt{b}, & x = b \end{cases}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq b \\ -\sqrt{-b}, & x = b \end{cases}$ :  
-2 балла

б) проверка для функции  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq -a^2 \\ a, & x = -a^2 \end{cases}$  пропущена или неверна: -2 балла

с) проверка только для случая  $x \neq -a^2$ : -1 балл

д) прочие мелкие ошибки: -1 балл

Частичные продвижения:

а)  $f(y^2) = 0$  при всех  $y$ : 1 балл

б) найдено хотя бы одно решение вида  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq b \\ -\sqrt{b}, & x = b \end{cases}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq b \\ -\sqrt{-b}, & x = b \end{cases}$

или  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq -a^2 \\ a, & x = -a^2 \end{cases}$ : 1 балл

с) полезное использования замены  $y \rightarrow -y$ , например, получена формула (2) из официального решения: 1 балл

д)  $x \neq \pm\sqrt{-x_0}f(x_0) \dots$  (или эквивалентное условие)  $\Rightarrow f(x) = 0$ : 1 балл

Суммируются только пункты а) и б) или а) и д)

### Схема оценивания задачи 3

Утверждение о том, что существует регулярная раскраска (определяемая любым распознаваемым способом): 1 балл