

15 қаңтар, 2016 жыл. 9:00–13:30

Бірінші күн

(Әр есеп 7 ұпайға бағаланады)

1. Центрі  $O$  нүктесі болатын шеңберге  $ABCD$  төртбұрышы іштей сызылған; оның диагональдары  $M$  нүктесінде қиылысады.  $ABM$  үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер  $AD$  және  $BC$  қабырғаларын сәйкесінше  $N$  және  $K$  нүктелерінде қияды.  $NOMD$  және  $KOMC$  төртбұрыштарының аудандары тең екенін дәлелдеңдер.
2. Бізге  $1, 2, \dots, 100$  сандарының алмастыруы болатын  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  тізбегі берілген.  $S_1 = a_1$ ,  $S_2 = a_1 + a_2, \dots, S_{100} = a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$  деп белгілейік.  $S_1, S_2, \dots, S_{100}$  сандарының ішінде ең көп дегенде қанша толық квадрат кездесуі мүмкін?
3. Графландия елінде 60 қала бар; әрбір екі қала бір бағытты жолмен байланысқан. Мынадай шартты қанағаттандыратын қызыл түске бояуға болатын төрт қала және жасыл түске бояуға болатын төрт қала табылатынын дәлелдеңіздер: қызыл қала мен жасыл қаланы байланыстыратын әрбір жол қызыл қаладан жасыл қалаға бағытталған.